

Одабрана поглавља механике 2009.**Први домаћи задатак**

- (1) Пројектили се испаљују с површине земље истом почетном брзином $v_0 > 0$ под променљивим углом $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Доказати да максималне висине које они достижу леже на елипси $x^2 + 4(y - \frac{v_0^2}{4g})^2 = \frac{v_0^4}{4g^2}$.
- (2) Ученик баца јабуку са торња високог y метара. Учитељ уметности руковања луком и стрелом, који смиreno стоји удаљен $y/\tan \alpha$ метара од торња, са повезом преко очију, истовремено одапиње стрелу почетном брзином v_0 под углом α и погађа јабуку у лету. Да ли је ово последица:
- (а) добро изабране почетне брзине v_0
 - (б) учитељеве вештине концентрације и самодисциплине
 - (в) ничега од понуђених одговора?
- (3) Ово је одломак из приче Сер А. К. Дојла *Самостанска школа*:
- Као што видите, овај траг је оставио за собом бицикл који је долазио од школе.
- А зар бицикл није могао да иде према школи?
- Не, не, драги мој Вотсоне. Зна се да задњи точак, на којем је текишиште читавог терета, оставља дубље трагове. Сигурно сте приметили да је задњи точак, прешавши на неколико места преко трага предњег точка, потпуно затро његове трагове који су плићи. То несумњиво доказује да је бициклиста долазио од школе.
- (а) Има ли смисла ово што говори Шерлок Холмс?
 - (б) Нацртати пар линија које могу да буду траг бицикла (држећи једну оловку, која игра улогу предњег точка, између палца и кажипрста, а другу, која игра задњи точак, између кажипрста и средњег прста) и пар произвољних линија, дати цртеж другим студентима који раде овај домаћи задатак, и тражити да погоде које линије јесу, а које нису траг бицикла. Исто урадити са њиховим цртежима.
 - (в) Може ли да се одреди смер кретања бицикла на основу његовог трага?

[Опширније о бициклизаму видети у *Геометрија и машта*, Конвеј, Дојл, Гилман, Трстон.]

- (4) Доказати да се у Френеовом координатном систему $(\mathbf{T}, \mathbf{N}, \mathbf{B})$ убрзање \mathbf{a} може написати као

$$\mathbf{a} = a_T \mathbf{T} + a_N \mathbf{N}$$

за $a_T = \frac{d}{dt} \|\mathbf{v}\|$, $a_N = \kappa \|\mathbf{v}\|^2$, где је κ кривина трајекторије и извести следеће закључке:

- (а) Убрзање увек лежи у равни (\mathbf{T}, \mathbf{N}) и не садржи информацију о томе колико путања одступа те од равни.
- (б) Тангентна компонента убрзања мери промену интензитета брзине.
- (в) Нормална компонента убрзања мери промену правца кретања (промену правца вектора брзине).
- (г) Теже је остати у седлу мотоцикла у кривини ако је кривина оштра (велико κ) или брзина велика, јер величина та два параметра одређује величину центрипеталне сile.