Нека је (P,ω) затворена симплектичка многострукост која је *асферична*, тј. таква да је $\pi_2(P)=0$. Нека је $\mathcal{L}P$ простор контрактибилних петљи $z:\mathbb{S}^1\to P$, $\mathrm{Ham}(P,\omega)$ група Хамилтонових дифеоморфизама на P, $\widetilde{\mathrm{Ham}}(P,\omega)$ њено универзално наткривање и $\mathcal{L}\mathrm{Ham}(P,\omega)$ група контрактибилних петљи у $\mathrm{Ham}(P,\omega)$.

(а) Доказати да је са

$$\mathcal{A}_H(z):=\int_D\omega-\int_0^1 H(z(t),t)\,dt$$

(где је D неки диск чија је граница петља $z(t)$) добро дефинисан функционал дејства

$$\mathcal{A}_H:\mathcal{L}P\to\mathbb{R}.$$

(б) Нека је J скоро комплексна структура компатибилна са ω и ∇^J градијент у односу на Риманову метрику $\omega(\cdot,J\cdot)$. Доказати да је градијент функционала дејства у односу на L^2 метрику

$$\langle\zeta,\eta\rangle:=\int_0^1\omega(\zeta(t),\eta(t))\,dt$$

на $\mathcal{L}P$ дат са

$$\mathrm{grad}\,\mathcal{A}_H(z)=J\frac{dz}{dt}+\nabla^J H.$$

(в) Доказати да је са

$$T_h(z):=h_t(z(t))$$

дефинисано дејство групе $\mathcal{L}\mathrm{Ham}(P,\omega)$ на $\mathcal{L}P$.

(г) Нека је

$$\mathcal{F}:=\{H:P\times\mathbb{R}\to\mathbb{R}\mid H(x,t+1)=H(x,t)\}$$

скуп 1–периодичних Хамилтонијана. За $\phi\in\widetilde{\mathrm{Ham}}(P,\omega)$ означимо са $\mathcal{F}(\phi)$ скуп свих Хамилтонијана $F\in\mathcal{F}$ који генеришу ϕ. Нека је ψ_t^F Хамилтонов ток генерисан Хамилтонијаном $F\in\mathcal{F}$ и нека је

$$h=\{h_t\}\in\mathcal{L}\mathrm{Ham}(P,\omega).$$

Означимо са $h\star F$ нормализовани Хамилтонијан који генерише Хамилтонов ток $h_t^{-1}\circ\psi_t^F$. Доказати да је са

$$(F,h)\mapsto h\star F$$

добро дефинисано транзитивно дејство групе $\mathcal{L}\mathrm{Ham}(P,\omega)$ на $\mathcal{F}(\phi)$.

(д) Нека је $H\in\mathcal{F}$ Хамилтонијан који генерише контрактибилну петљу $\{h_t\}\in\mathcal{L}\mathrm{Ham}(P,\omega)$ за коју је $h_0=h_1=\mathrm{id}$. Доказати да је

$$\mathcal{A}_H(\{h_t(x)\})=0$$

за свако $x\in P$.

(ђ) Доказати да је

$$(T_h^{-1})^*\mathcal{A}_F=\mathcal{A}_{h\star F}$$

за свако $h=\{h_t\}\in\mathcal{L}\mathrm{Ham}(P,\omega)$ и $F\in\mathcal{F}$.